

PROBABILIDADE NA ESCOLA

Arno Bayer¹
Hélio Bittencourt²
Josy Rocha³
Simone Echeveste⁴

RESUMO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) desde 1997 introduziram conceitos de probabilidade e estatística nos programas da disciplina de Matemática no Ensino Fundamental e Médio. A partir deste fato, vários pesquisadores na área de Educação Matemática conduziram suas pesquisas para a Educação Estatística, procurando constituir uma base teórica/prática que forneça aos professores de Matemática subsídios importantes para a preparação de suas aulas de estatística. Este artigo agrega-se a estas pesquisas, pois tem como objetivo expor os conceitos básicos de probabilidade bem como sugerir algumas atividades que possam ser desenvolvidas na escola por alunos do ensino médio.

Palavras-chave: Educação Estatística, Probabilidade, Estatística

¹ Doutor em Educação, professor do Departamento de Matemática da ULBRA

² Bacharel em Estatística, Mestre em Sensoriamento Remoto, professor do Departamento de Matemática da ULBRA

³ Bolsista de Iniciação Científica, aluna do Curso de Matemática da ULBRA

⁴ Bacharel em Estatística, Mestre em Marketing, professora do Departamento de Matemática da ULBRA

INTRODUÇÃO

Debates sobre as habilidades e competências que devem ser desenvolvidas nos alunos durante seus anos de escola são cada vez mais freqüentes em um mundo que sofre transformações cotidianamente. Não há como não cogitar que os programas e currículos das disciplinas nas escolas devam ser analisados e reconsiderados de tempos em tempos com o objetivo de "adaptar" os conhecimentos necessários à realidade atual, ao contexto em que se vive atualmente. Este cenário não poderia ser diferente quando se fala em Matemática: Quais as habilidades matemáticas que devem ser desenvolvidas nos alunos? Quais os conteúdos de matemática que são indispensáveis na formação de um cidadão crítico, analítico e capaz de resolver seus problemas de forma racional?

O desenvolvimento que se verificou no mundo na segunda metade deste século contribuiu para um aumento da importância da Estatística devido às necessidades crescentes do Estado, das organizações sociais e profissionais, do cidadão comum por informação (Meirinhos, 1999).

Todas estas questões fizeram com que o currículo da disciplina de Matemática nas escolas sofresse alterações e uma delas foi a inclusão da probabilidade e da estatística nos programas de matemática no Ensino Fundamental e Médio. Embora esta inclusão tenha ocorrido no ano de 1997, hoje ainda observa-se um número muito reduzido de professores que ensinam probabilidade e estatística. Vários motivos foram destacados: falta de preparo do professor, falta de tempo, falta de material didático (Echeveste, Bayer, Bittencourt & Rocha, 2003), o que se observa é que o professor de matemática necessita, assim como foi feito com os programas de matemática, uma atualização em sua formação.

Este artigo tem por objetivo auxiliar o professor nesta busca pela atualização de seus conhecimentos em estatística, mais especificamente em probabilidade. A Probabilidade na escola está associada à Estatística, historicamente esta associação nem sempre ocorreu. A Estatística é mais antiga, pois a coleta de dados sobre populações, colheitas, impostos já era usada pelos hebreus, egípcios e gregos.

A Estatística surge como uma forma organizada realizar a contagem dos elementos em pauta, dispondo seus resultados em tabelas e gráficos para serem visualizados de forma mais clara e entendidos de forma mais fácil, bem como auxiliar na tomada de decisões através da análise quantitativa de dados e do estudo das relações entre variáveis. A probabilidade é uma ferramenta indispensável em estudos estatísticos que envolvam inferências para uma população através de uma amostra.

Os primeiros conceitos de probabilidade datam do século XVII, e os encontramos no interior da Matemática. Era uma tentativa dos matemáticos da época de medir a incerteza. Motivados pelos jogos de azar, que movimentavam uma elevada soma de dinheiro, o desenvolvimento do conceito de probabilidade muito se deve a esses jogos. O estudo desses jogos deu margem à criação de um campo específico denominado de Teoria dos Jogos.

Em resumo, a Teoria das Probabilidades se apresenta como um estudo teórico de fenômenos envolvendo a incerteza utilizando ferramentas básicas do Cálculo Matemático. Esses fenômenos, conhecidos como aleatórios, estocásticos ou não-determinísticos, são aqueles que a sua repetição, em condições idênticas, produzem resultados diferenciados, isto é, não é possível determinar, com exatidão, qual o seu resultado. Esses fenômenos, na verdade, são predominantes em todas as áreas do conhecimento.

Considerando esse quadro, pode-se perceber que a estatística e a probabilidade foram, por muito tempo, duas áreas distintas do conhecimento. Se algo existe em comum é que ambas se preocupavam com a contagem. A estatística na contagem do certo e a probabilidade na contagem do incerto. Foi exatamente a ousada tentativa da utilização da contagem do incerto, como uma estimativa na contagem do certo, que possibilitou a integração dessas duas áreas.

Nos dias atuais, no entanto, não é mais possível pensar em estatística sem pensar em probabilidade. A probabilidade constitui a base da estatística indutiva, permite tomar decisões e qualificar o erro cometido ao tomar decisões. Ela subsidia o estudo dos fenômenos aleatórios. Essa interdependência porém só vem acontecer no início do século passado através da necessidade de generalização de um estudo sobre cruzamento de várias espécies de plantas feito pelo botânico Fisher. Nessa época surge o que hoje chamamos Inferência Estatística (inferir, como conceito estatístico, significa generalizar).

“Não só o homem comum percebe os acontecimentos indeterminados: os homens da ciência igualmente estabeleceram que é necessário, nos fatos de toda natureza, atribuir um significado primordial aos acontecimentos indeterminados. Os homens da ciência deram tal importância aos acontecimentos “aleatórios”, isto é, não determinísticos, que foram levados a desenvolver um sistema de cálculo destinado a avaliar estes acontecimentos: o cálculo das probabilidades” (Fernandez, D. & Fernandez, D. 1999).

Nesse trabalho serão abordados alguns aspectos históricos da teoria das probabilidades, as concepções clássica, freqüentista, subjetiva e axiomática, concluindo com atividades para serem desenvolvidas com alunos, envolvendo a estatística.

HISTÓRIA DAS PROBABILIDADES

Uma das principais dificuldades que se encontra quando busca-se a origem das probabilidades é que ela começou por ser uma ciência empírica e só mais tarde é que se desenvolveu associada à Matemática. É difícil determinar corretamente quando é que se registrou a alteração do empirismo para o formalismo matemático.

Porém todos os livros concordam que os "criadores" das probabilidades foram Pascal e Fermat.

O estudo das probabilidades começou por se efetuar ao nível do quotidiano, com a observação de fenômenos diários e como explicação para situações que ocorriam no dia-a-dia, em que algumas vezes foram julgadas como desejo de ordem divina. Pinturas em tumbas egípcias feitas em 3500 a.C. mostram pessoas jogando uma forma primitiva de dados feitos de um osso do calcânhar de nome astrágalo e este osso era dotado de 4 faces.

Do mesmo modo como os jogos estiveram presentes em quase todas as civilizações, como mostram os documentos do tipo arqueológicos ou históricos, os jogos nunca foram objetos de estudo até a Idade Média.

Foi por volta de 1400 que surgiram as primeiras idéias sobre a estabilidade das razões estatísticas e sobre a Teoria das probabilidades, utilizando como base os jogos de azar. O primeiro trabalho conhecido no qual a noção de probabilidade é referida é um comentário à Divina Comédia de Dante (século XV), onde se fala das probabilidades associadas a vários resultados no lançamento de 3 dados (Meirinhos, 1999). Os algebristas Italianos Pacioli, Cardano e Tartaglia no século XVI fizeram as primeiras observações matemáticas relativas às apostas nos jogos de azar.

Girolano Cardano (1501-1576), médico e matemático Italiano, era apaixonado por jogos de azar e apostas, escreveu um tratado sobre apostas com o Título *Liber de Ludo Aleae* "Livro de Jogos de Azar" o qual foi o primeiro trabalho a desenvolver princípios estatísticos da probabilidade, embora este só tenha sido publicado em 1663.

Galileu Galilei (1564 – 1642) foi o primeiro a escrever sobre um método geral de cálculo de probabilidades das faces de um dado, trabalhando na linha dos resultados de Cardano, dos quais possivelmente tinha conhecimento, fez um estudo completo do número possível de resultados em jogos de dados em seu trabalho. No entanto, mais notável foi sua percepção do comportamento dos erros em observações astronômicas que mais tarde serão descritas pela distribuição normal.

O primeiro problema das probabilidades foi posto a Pascal pelo Cavaleiro De Méré o qual era considerado por alguns um jogador inveterado, por outros um filósofo, tratava-se da procura da compreensão de um determinado jogo com três dados de que Meré não conseguia entender os resultados observados. A teoria relativa às probabilidades surgiu através da correspondência entre Blaise Pascal (1623–1662) e seu amigo Pierre De Fermat (1601-1665), os quais encontraram a solução do problema separadamente, pois seguiram caminhos diferentes.

O suíço Jacques Bernoulli (1654-1705) inicia a visão freqüentista de probabilidade em sua obra *Ars Conjectandi* (1713), na qual aproxima a probabilidade de um evento pela sua freqüência observada quando a experiência é repetida um grande número de vezes. Desse modo, Bernoulli propõe um problema (Lei dos Grandes Números ou Teorema de Bernoulli) no qual a probabilidade de um evento

ocorrer tende a um valor constante quando o número de ensaios desse evento tende para o infinito.

Os trabalhos de Norbert Wiener, Henri Lebesgue e Andrei Kolmogorov, entre outros matemáticos, serviram para aplicar leis probabilísticas precisas na interpretação de fenômenos atômicos da física e tiveram influência decisiva na estruturação da mecânica quântica, que estuda o fenômeno ocorrido no interior dos átomos, onde não se pode determinar com precisão a posição de uma partícula, mas somente a do espaço.

Andrei Kolmogorov (1903-1987), russo, que em 1933 adaptou a nova definição de probabilidade que atualmente designamos por "*Definição freqüentista*", deu início ao desenvolvimento da Teoria Moderna de Probabilidade que evoluiu de tal forma que no século XX possui uma axiomática própria dentro da Teoria Matemática.

CONCEITO DE PROBABILIDADE

Probabilidade é o ramo da matemática que estuda fenômenos aleatórios. Portanto, a Probabilidade, ao contrário do que se pode pensar, não é um sinônimo de Estatística, mas sim uma área da Matemática. Estuda-se Probabilidade em classes de Estatística porque a teoria das probabilidades constitui a base de toda estatística inferencial.

O conceito de Probabilidade esbarra no conceito da palavra aleatório. O que vem a ser um experimento aleatório? De acordo com Morgado et al. (1997), um experimento aleatório é aquele que, se repetido sobre as mesmas condições, não produz necessariamente o mesmo resultado. Este conceito pode ser interpretado da seguinte forma: mesmo que se conheçam todas as variáveis envolvidas em um experimento e se tenha controle sobre elas, o resultado final poderá não ser o mesmo, ainda que o experimento seja repetido sob condições idênticas. Esse conceito faz com que o mais clássico exemplo dos livros de probabilidade - o lançamento de uma moeda - deixe de ser um experimento aleatório. Não é difícil pensar que em n lançamentos de uma moeda realizados sob exatamente as mesmas condições, o resultado será sempre o mesmo.

Spiegel (2004) considera um experimento aleatório aquele onde o pesquisador não é capaz de conhecer nem controlar o valor de certas variáveis durante a execução do experimento. Este conceito de experimento aleatório traz um pouco de determinismo na sua definição, mas, sem dúvida, é o mais adequado para descrever como o que a comunidade científica considera como experimento aleatório.

Um experimento aleatório apresenta as seguintes características:

- 1) Não se conhece o resultado do experimento antes de realizá-lo;

- 2) É possível listar um conjunto com todas as possibilidades do experimento aleatório - *Espaço Amostral (S)*.
- 3) Ao realizar um grande número de repetições do experimento aleatório, uma regularidade poderá surgir.

A conceituação de Probabilidade se aperfeiçoou com o passar dos anos e, atualmente são consideradas três diferentes abordagens:

1) Abordagem Clássica

Conforme Bernstein (1997), a abordagem clássica foi primeiramente publicada pelo italiano Girolamo Cardano no livro *Liber de ludo alea* (Livro dos jogos de azar) em 1525. O livro de Cardano é considerado o primeiro esforço sério de desenvolvimento dos princípios da Probabilidade. Cardano foi o primeiro a apresentar probabilidades na forma de frações.

A utilização desta abordagem para se estabelecer probabilidades é bastante simples e direta, mas só pode ser usada em espaços amostrais equiprováveis. Considere $P(A)$, a probabilidade de ocorrer o evento A. Utilizando o conceito clássico a probabilidade de ocorrer A é dada por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{\text{Total}(S)}$$

$n(A)$ é o número de resultados favoráveis ao evento

Total (s) é o número total de resultados em S

2) Abordagem Freqüentista

O conceito freqüentista estabelece o cálculo de probabilidades por meio de observações sucessivas de um experimento aleatório. A probabilidade é estimada de maneira empírica experimental, podendo ser encontrada quando o número de experimentações n tende ao infinito.

A probabilidade de ocorrência do evento A pode ser definida como um limite, as seguinte forma:

1º) O experimento é repetido n vezes.

2º) Observa-se a freqüência relativa de ocorrência de um certo resultado A:

$$f_r(A) = \frac{n(A)}{n},$$

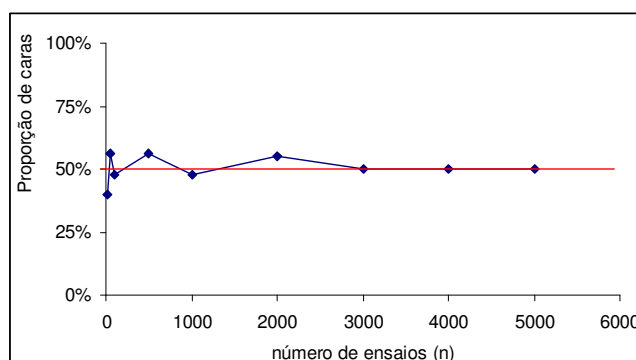
onde $n(A)$ é o nº de vezes em que ocorre o resultado A em n realizações do experimento.

3º) Probabilidade como limite: $P(A) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(A)}{n}$

No século XVIII, o naturalista francês, Conde de Buffon, realizou 4040 lançamentos de uma moeda resultando em 2048 caras. No início do século, por volta

de 1900, o inglês Karl Pearson realizou 24000 lançamentos de moeda, obtendo 12.012 caras. Percebe-se que, com o aumento do número de realizações do experimento, a freqüência relativa de caras tende a convergir para a real probabilidade de ocorrência de cara. A figura a seguir ilustra o conceito freqüentista no caso de uma moeda honesta.

Figura - Gráfico da proporção de caras em função do número de ensaios do lançamento de uma moeda honesta



3) Abordagem Axiomática

As bases da teoria axiomática de probabilidade moderna se devem ao russo Andrei Kolmogorov com uma publicação de 1933. Se considerarmos $P(A)$ como a probabilidade de ocorrência do evento A , associada ao espaço amostral S , $P(A)$ deverá satisfazer os seguintes axiomas:

Axioma 1: $0 \leq P(A) \leq 1$

Axioma 2: $P(S) = 1$

Axioma 3: Se $A \cap B = \emptyset$, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Os axiomas de Kolmogorov tornaram a teoria da probabilidade como uma parte autônoma dentro da Matemática e possibilitaram grande avanço científico nesta área, especialmente do ponto de vista teórico. Apesar de ser uma forma diferente de encarar a Probabilidade, não existe incompatibilidade entre as idéias de Kolmogorov e os conceitos clássico e freqüentista.

PROBABILIDADE NA ESCOLA: CONTEÚDOS E ATIVIDADES

“É importante que o aluno mobilize diferentes concepções de probabilidade no estudo das situações-problema pois elas, além de não serem exclusivas, têm adequação determinada pela natureza do problema.” (Carvalho, Lopes & Oliveira, 1999)

A proposta dos PCN's insere o ensino da probabilidade e da estatística no bloco de conteúdos chamado de "tratamento das informações" que tem por objetivo desenvolver no aluno posicionamento crítico sobre as informações provenientes de estudos estatísticos, bem como a capacidade de fazer previsões e tomar decisões à luz de informações estatísticas. Em relação à probabilidade os PCN's destacam que seu estudo promove a compreensão de acontecimentos do cotidiano que são de natureza aleatória, devendo a escola promover um ensino em que situações sejam desenvolvidas objetivando a realização de experiências e observações de experimentos.

A introdução da Estatística e das probabilidades no currículo pode também ser justificada por constituir um meio de abordar, de uma forma natural, diferentes temas e aplicações da Matemática. Temos ainda que, a Estatística e as Probabilidades são adequadas ao currículo porque: (Meirinhos, 1999)

- proporcionam aplicações matemáticas com significados em todos os níveis;
- proporcionam métodos para lidar com a incerteza;
- ajudam a compreender argumentos estatísticos, bons ou maus, com os quais somos confrontados no dia a dia através dos resultados divulgados de pesquisas realizadas
- ajudam a distinguir a utilização correta dos procedimentos estatísticos da utilização viciada e tendenciosa
- constituem temas intrinsecamente interessantes, excitantes e motivadores para a maioria dos alunos

No que se refere à probabilidade seus conteúdos estão presentes a partir do 2º ciclo onde se pode destacar :

- **2ºCiclo:** identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos, exploração da idéia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos certos e as situações de "sorte" e utilização de informações dadas para avaliar probabilidades.
- **3º e 4º Ciclos:** determinação da probabilidade de sucesso de um determinado evento por meio de uma razão, desenvolvimento do raciocínio estatístico e probabilístico através da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a coletar, organizar e analisar informações, formular argumentos e fazer inferências convincentes, tendo por base a análise de dados organizados em representações matemáticas diversas.

De acordo com Lopes (1999) nos PCN's a probabilidade é apresentada com a finalidade de promover a compreensão de grande parte dos acontecimentos do cotidiano que são de natureza aleatória, possibilitando a identificação de resultados possíveis desses acontecimentos. Destacando-se o acaso e a incerteza que se

manifestam intuitivamente, portanto cabendo à escola propor situações em que as crianças possam realizar experimentos e fazer observações dos eventos.

O trabalho com probabilidade na escola deve iniciar com jogos e atividades construtivistas que despertem no aluno o interesse e a curiosidade de resolver os problemas propostos. Experiências com materiais como moedas, bolas, dados, urnas, etc., são uma forma eficaz de familiarizar o aluno com as questões sobre a aleatoriedade de um experimento, bem como trabalhar com os conceitos referentes a eventos possíveis, impossíveis, prováveis, muito prováveis, certos.

Neste contexto serão aqui apresentadas 3 atividades selecionadas da literatura e relacionadas à probabilidade que poderão ser desenvolvidas pelo professor com seus alunos em suas aulas de Matemática.

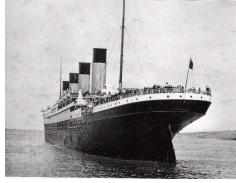


ATIVIDADE 1: O JOGO DO MAGO²

"Um príncipe se revoltou contra o seu mago e suas promessas vãs e resolveu executá-lo. Porém, como um bom príncipe, ele resolveu dar uma última chance ao mago. O mago estava autorizado a repartir 4 bolas (duas brancas e duas pretas) entre 2 urnas. O carrasco escolheria uma destas urnas e tiraria uma bola: se a bola fosse preta, o mago seria executado, senão sua vida estava salva"

Como o mago deveria colocar as bolas nas urnas de forma a ampliar suas chances de sobreviver?

² SILVA, Filho H. *Uma proposta do Ensino da Probabilidade no nível médio*. Projeto de final de curso de Licenciatura em Matemática. UERJ, Rio de Janeiro 1999.



ATIVIDADE 2: TITANIC³

“O filme Titanic tem atraído e emocionado multidões em todo o mundo. Outras tragédias mais recentes foram logo esquecidas, mas o caso Titanic continua causando impacto ainda hoje. O que se sabe é que os passageiros sobreviventes, devido ao número insuficiente de botes foram selecionados através de um critério onde a condição financeira era a que mais pesava...”

Tabela 1. Passageiros sobreviventes e mortos

Passageiro	Sobreviventes	Mortos	Total
Crianças	57	52	109
Mulheres	296	106	402
Homens	146	659	805
Total	499	817	1316

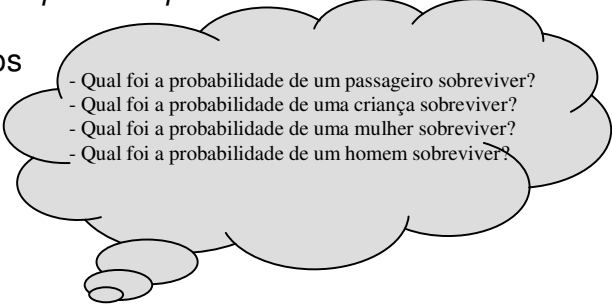
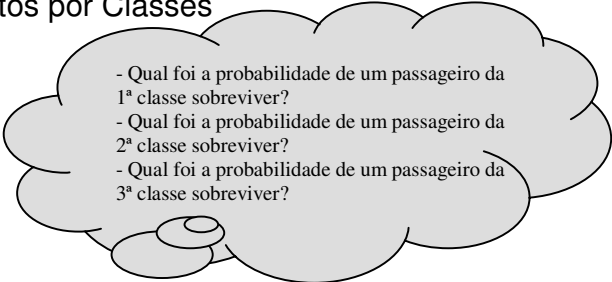
- 
- Qual foi a probabilidade de um passageiro sobreviver?
 - Qual foi a probabilidade de uma criança sobreviver?
 - Qual foi a probabilidade de uma mulher sobreviver?
 - Qual foi a probabilidade de um homem sobreviver?

Tabela 2. Passageiros e sobreviventes e mortos por Classes

Classe	Sobreviventes	Mortos	Total
1ª Classe	203	122	325
2ª Classe	118	167	285
3ª Classe	178	528	706
Total	499	817	1316

- 
- Qual foi a probabilidade de um passageiro da 1ª classe sobreviver?
 - Qual foi a probabilidade de um passageiro da 2ª classe sobreviver?
 - Qual foi a probabilidade de um passageiro da 3ª classe sobreviver?

Nesta atividade o professor poderá explorar as probabilidades dos eventos relacionados ao sexo/idade e à condição econômica dos passageiros.

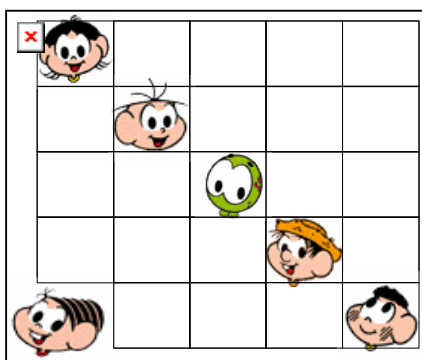
³ Takis, S. *Titanic: A Statistical Exploration*. The Mathematics Teacher, Vol. 92, Nº 8, Novembro, 1999.



ATIVIDADE 3: PASSEIOS DE MÔNICA⁴

"Mônica tem 5 amigos morando a 4 quadras de distância de sua casa. Cada tarde, ela sai para visitar um deles: Horácio, Cebolinha, Magali, Cascão e Chico Bento. Para visitar seus amigos, a cada cruzamento, Mônica joga uma moeda: se der cara, ela anda uma quadra para o Norte; se der coroa, vai para Leste. Assim, cada jogada, é uma quadra de percurso."

Figura 2. Tabuleiro do jogo "Os passeios de Mônica"



Os alunos deverão anotar as seqüências de "caras" ou "coroas" e indicar aonde a Mônica chegou:

Tabela 1. Resultados do jogo

Seqüência	Aonde chegou
CaCaCaCo	Cebolinha
CaCoCaCo	Horácio
CaCaCaCa	Magali
...	...

Depois de jogar uma grande quantidade de vezes o aluno deverá responder:

* O que é mais provável: chegar à casa de Magali ou de Horácio?

⁴ Fernandez, D. & Fernandez, D. *O prazer de aprender a probabilidade através de jogos: descobrindo a distribuição Binomial*. Experiências e perspectivas do ensino da estatística-desafios para o século XXI. Florianópolis, 1999

- * *Quem é pouco provável que Mônica visite?*
- * *De quantas e quais maneiras Mônica pode chegar à casa de: Horácio, Cebolinha, Magali, Cascão, Chico Bento?*
- * *Quantos caminhos existem ao todo?*
- * *Descubra uma relação comum a todos os caminhos que levam a cada um dos amigos.*
- * *Indique as probabilidades de Mônica chegar à casa de cada um dos seus amigos.*

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como o próprio Ministério da Educação salienta através dos PCN's estar alfabetizado em nossos tempos supõe saber ler, interpretar e concluir à luz de um conjunto de dados, bem como compreender a natureza aleatória de uma série de fenômenos que ocorrem no dia-a-dia.

Acredita-se que o debate sobre a importância da Estatística e da Probabilidade na escola seja um assunto já vencido, consumado: sua relevância e importância, hoje, é indiscutível. Cabe, neste momento, os debates referentes a como este trabalho deve ser realizado, bem como estimular o professor de Matemática a buscar sua atualização nesta área.

É necessário que sejam produzidos materiais que sirvam de apoio didático para as aulas de matemática, bem como aproximar o professor dos conteúdos de probabilidade e estatística, sua história, sua evolução, importância e essencialmente sua aplicação em situações reais.

BIBLIOGRAFIA

- Bernstein, P. L. *Desafio aos Deuses*. 6^a Edição. Rio de Janeiro: Campus, 1997.
- Carvalho, D. L.; Lopes, Celi; Oliveira, P. C.; *Concepções e Atitudes em Relação à Estatística. Experiências e Perspectivas do Ensino de Estatística - Desafios para o século XXI*. Florianópolis, 1999.
- Echeveste, S. Bayer, A. Bittencourt, H. & Rocha, J. *Formandos de Matemática x Estatística na Escola: Estamos Preparados? Anais do XII Simpósio Sulbrasileiro de Ensino de Ciências*. Canoas, 2004
- Fernandez, D. & Fernandez, D. *O prazer de aprender a probabilidade através de jogos: descobrindo a distribuição Binomial*. Experiências e perspectivas do ensino da estatística-desafios para o século XXI. Florianópolis, 1999
- Lopes, Celi. *A probabilidade e a Estatística no currículo de matemática do ensino fundamental brasileiro. Experiências e Perspectivas do Ensino de Estatística-Desafios para o século XXI*. Florianópolis, 1999
- Lopes, Celi. *Crianças e professores desvendando as idéias probabilísticas e estatísticas na educação de infância. Anais PROFMAT 2000, Portugal, 2000*.
- Meirinhos, Ana Luísa. *A importância da estatística e das probabilidades no ensino. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Lisboa, 1999*.
- Morgado, Augusto César de Oliveira; Carvalho, João Bosco Pitombeira de; Carvalho, Paulo Cezar Pinto; Fernandez, Pedro. *Análise Combinatória e Probabilidade*. 6^a Edição, Rio de Janeiro: SBM, 1997.
- Silva, Filho H. *Uma proposta do Ensino da Probabilidade no nível médio*. Projeto de final de curso de Licenciatura em Matemática. UERJ, Rio de Janeiro 1999.
- Spiegel, M R.; Schiller, J.; Srinivasan, R A. *Probabilidade e Estatística*. 2^a Edição. Porto Alegre: Bookman, 2004.
- Takis, S. *Titanic: A Statistical Exploration*. The Mathematics Teacher, Vol. 92, Nº 8, Novembro, 1999.