Formulário de Matemática Aplicada

Equações Diferenciais Parciais

$$\frac{A\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{B\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{C\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{D\partial u}{\partial x}+\frac{E\partial u}{\partial y}+Fu=G$$

Resolução de EDP através de Separação de Variáveis

$U(x,y)=X_{(x)}Y_{(y)} \Rightarrow u=xy$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=x'y \qquad \frac{\partial u}{\partial y}=xy' \qquad \frac{\partial u}{\partial x\partial y}=x'y'$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=x''y \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=xy''$$

1° caso: $\lambda^2>0$
2° caso: $\lambda^2<0$ ou $-\lambda^2>0$
3° caso: $\lambda^2=0$

Classificação de Equações

Hipérbole: se $b^2-4ac>0$
Parabólica: se $b^2-4ac=0$
Elíptica: se $b^2-4ac<0$

Função Ortogonal / Produto Interno

$$<\varphi_m,\varphi_n>=\int_a^b \varphi_{m(x)}.\varphi_{n(x)}dx=0 \quad m\neq n$$

Norma $\|\varphi(x)\|=\sqrt{<\varphi(x),\varphi(x)}=\sqrt{\int_a^b(\varphi(x))^2dx}$

Conjunto Ortonormal – dividir cada função por sua norma.

SÉRIE DE FOURIER

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[an.\cos\frac{n\pi x}{P}+bn.sen\frac{n\pi x}{P}\right]$$

$$<f,g>=\int_a^b f.g.dx$$

$$a_0=\frac{1}{P}\int_{-p}^{p}f(x)dx$$

$$an=\frac{1}{P}\int_{-p}^{p}f(x)\cos\frac{n\pi x}{P}dx$$

$$bn=\frac{1}{P}\int_{-p}^{p}f(x)sen\frac{n\pi x}{P}dx$$

Convergência de uma Série de Fourier

$$\frac{f(x+)+f(x-)}{2}$$

Série de Fourier do Cosseno e do Seno

Função par $\Rightarrow f(-x)=f(x)$
Função ímpar $\Rightarrow f(-x)=-f(x)$

Lembre-se:
sen x = ímpar
cos x = par
$\cos(n\pi)=(-1)^n$

Séries do Cosseno e do Seno

★ Se f é **par** em (-p, p) temos:

$$a_0=\frac{1}{P}\int_{-p}^{p}f(x)dx=\frac{2}{P}\int_0^p f(x)dx$$

$$an=\frac{1}{P}\int_{-p}^{p}f(x)\cos\frac{n\pi x}{P}dx=\frac{2}{P}\int_0^p f(x)\cos\frac{n\pi x}{P}dx$$

$$bn=\frac{1}{P}\int_{-p}^{p}f(x)sen\frac{n\pi x}{P}dx=0$$

★ Se f é **ímpar** em (-p,p) temos:

$$a_0=\frac{1}{P}\int_{-p}^{p}f(x)dx=0$$

$$an=\frac{1}{P}\int_{-p}^{p}f(x)\cos\frac{n\pi x}{P}dx=0$$

$$bn=\frac{1}{P}\int_{-p}^{p}f(x)sen\frac{n\pi x}{P}dx=\frac{2}{P}\int_0^p f(x)sen\frac{n\pi x}{P}dx$$

Equação do Calor $\Rightarrow K\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\dfrac{\partial u}{\partial t}$

$$u(x,t)=\frac{2}{L}\sum_{n=1}^{\infty}an.e^{-k\left(\frac{n^2\pi^2}{L^2}\right)t}.sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

onde $an=\int_0^L f(x)sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$

$u(x,t)=f(x)$
$u(0,t)=0$
$u(L,t)=0$

Equação da Onda $\Rightarrow \dfrac{a^2\partial^2 u}{\partial x^2}=\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, onde

$u(0,t)=0$, $u(L,t)=0$, $t>0$

$u(x,0)=f(x)$, $\left.\dfrac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=g(x)$

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(an.\cos\frac{n\pi at}{L}+bn.sen\frac{n\pi at}{L}\right)sen\frac{n\pi x}{L}$$

onde:

$$an=\frac{2}{L}\int_0^L f(x).sen\frac{n\pi x}{L}dx$$

$$bn=\frac{2}{n\pi a}\int_0^L g(x).sen\frac{n\pi x}{L}dx$$

:::Josy Rocha:::